台北市 103 學年度高級中等學校學生（高工組）電腦軟體設計競賽 決賽試題

工作桌編號 ____ 選手姓名 __________ 代表學校 __________ 總分______

試卷說明:1.**請將寫好之程式原始檔依題號命名存檔，第一題取：選手姓名_Q1，第二題取：選手姓名_Q2，依序命名存檔，並存於 C 碟之選手姓名_Contest 目錄。2.競賽時間 4 小時。**

試題 1：劃三角形和梯形歸屬函數

說明：三角形歸屬函數定義如下:

$$\mu(x)=\begin{cases} 0, & x\le a \\ \dfrac{x-a}{m-a}, & a<x\le m \\ \dfrac{b-x}{b-m}, & m<x<b \\ 0, & x\ge b \end{cases}, \tag{1}$$

其中，參數 a 為下限，b 分為下限，a < m < b，u(x)之值介於 0~1，x 為自變數(x >= 0)，圖 1(a)為三角形歸屬函數圖。梯形歸屬函數定義如下:

$$\mu(x)=\begin{cases} 0, & (x<a)\text{或}(x>d) \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b \\ 1, & b\le x\le c \\ 1-\dfrac{x-c}{d-c}, & c\le x\le d \end{cases}, \tag{2}$$

其中，參數 a 為下限，d 為上限，b 為支撐下限，c 為支撐上限，a，b，c，d 四者大小為 a < b < c < d，u(x)之值介於 0~1，x 為自變數(x >= 0)，圖 1(b)為梯形歸屬函數圖。

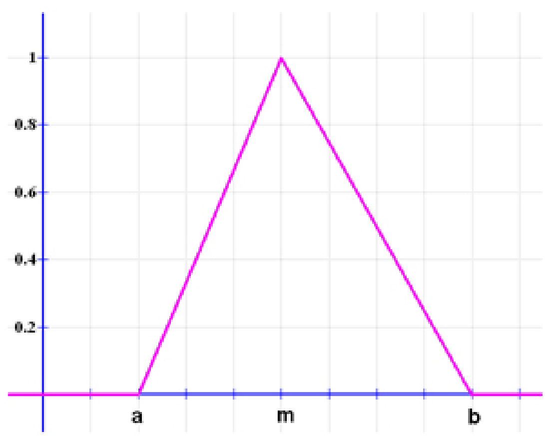


圖 1(a)三角形歸屬函數圖

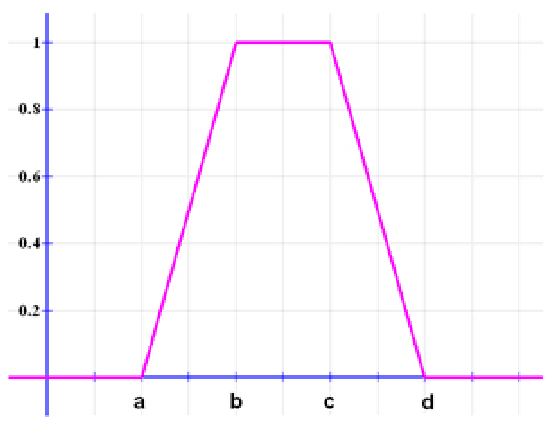


圖 1(b)梯形歸屬函數圖

請你設計一程式，可以劃出三角形歸屬函數圖和梯形歸屬函數圖，你的程式要可以讓使用者分別輸入參數[a m b] 和[a b c d]，以及自變數 x 之上限，並且劃出正確之圖型。

評分： 1. 可以輸入自變數 x 之上限（2.5 **分**）。

2. 可以輸入三角形歸屬函數之參數[a m b]（2.5 **分**）。

3. 可以正確劃出三角形歸屬函數圖(7.5 **分**)。

4. 可以輸入梯形歸屬函數之參數[a b c d] (2.5 **分**)。
5. 可以正確劃出梯形歸屬函數圖(7.5 **分**)。
6. 可以劃出 x 軸和 y 軸之標示(2.5 **分**)。

範例: 2(a)為參數[a m b]=[3 6 8]，自變數 *x* 上限為 10 之三角形歸屬函數圖，圖 2(b)為參數[a b c d]=[1 7 14 20]，自變數 *x* 上限為 20 之梯形歸屬函數圖

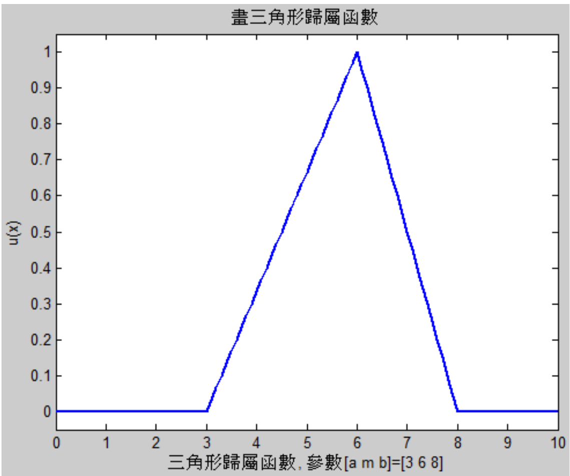


圖 2(a)三角形歸屬函數圖

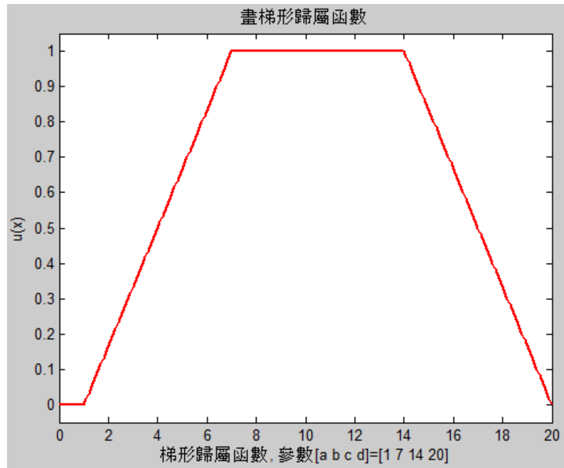


圖 2(b)梯形歸屬函數圖

試題 2： Arnold 轉換

說明：Arnold 轉換為座標轉換的一種技巧，可用來打散原來的圖形，使畫面變的雜亂。但是，若知道其轉換次數，又可以將原圖形還原。試設計一個程式，可用來實現 *N*=5 之 Arnold 轉換。Arnold 轉換之新的座標(x', y')與舊的座標(x, y)之間的關係如下:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} (Mod\ N)$$

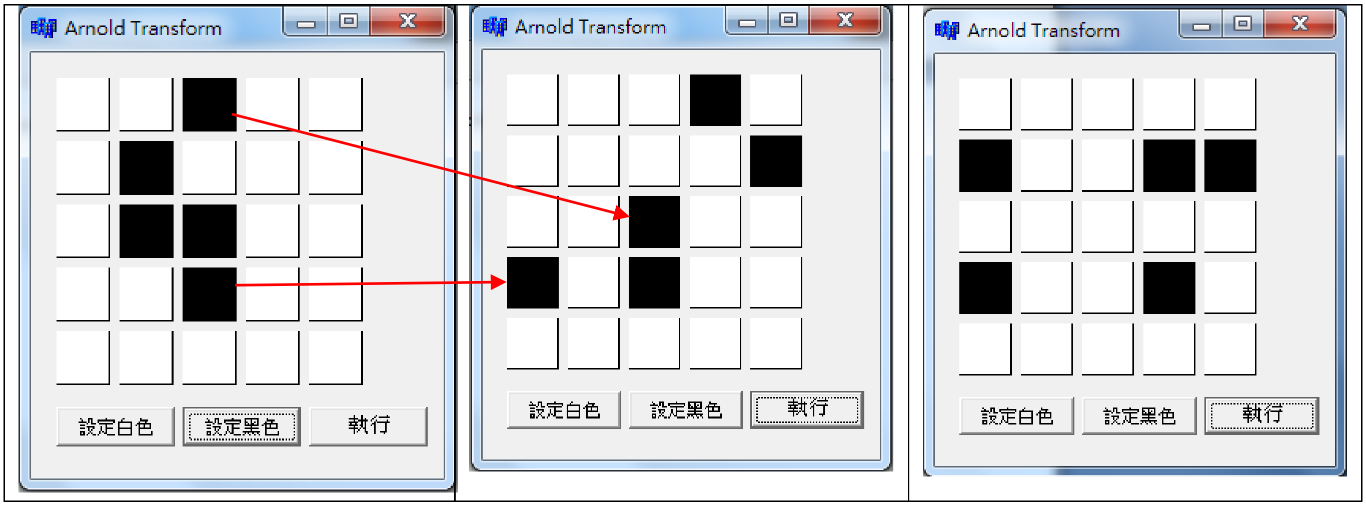
在此，當 N=5 時，$x = 0, 1, \ldots, 4$, 且 $y = 0, 1, \ldots, 4$。($Mod\ N$)代表取餘數運算(如 13Mod 5=3) 。下列表格提供三個座標點的轉換當作參考。

範例	舊的座標(x, y)	轉換後新的座標(x', y')
1	(0, 0)	(0, 0); x' = (1×0 + 1×0) Mod 5 = 0 Mod 5 = 0 y' = (1×0 + 2×0) Mod 5 = 0 Mod 5 = 0
2	(2, 3)	(0, 3); x' = (1×2 + 1×3) Mod 5 = 5 Mod 5 = 0 y' = (1×2 + 2×3) Mod 5 = 8 Mod 5 = 3
3	(3, 4)	(2, 1); x' = (1×3 + 1×4) Mod 5 = 7 Mod 5 = 2 y' = (1×3 + 2×4) Mod 5 = 11 Mod 5 = 1

評分項目:

1. 可以正確的設定座標點的圖形是白色或是黑色 (如圖一所示)。(5 分)
   (註：圖一中的每個小正方格代表一個座標點(x, y)，x:水平, y:垂直軸 5×5 範例)
2. 按「執行」鈕，可以正確地將全部的 25 個點執行 Arnold 轉換，並且將資料顯示出來 (如圖二所示)。(15 分)

3. 再按一次「執行」鈕，可以用上次的執行結果(如圖二所示)來執行 Arnold 轉換，並且將資料顯示出來 (如圖三所示)。(5 分)



圖一 圖二 圖三

題目 3：撰寫動態時間校正程式

動態時間校正(dynamic time warping，簡稱 DTW)演算法可計算<u>**兩個序列**</u>之間的累積距離值以判斷兩序列的相似程度，常用於哼唱選歌或動作辨識上。其<u>**部份觀念**</u>如下：

IF i = 1 and j = 1 then 累積距離值 = $|X_i - Y_j|$

IF i = 1 and j > 1 then 累積距離值 = $|X_i - Y_j| + \mathrm{D}(1, \mathrm{j}-1)$

IF i > 1 and j =1 then 累積距離值 = $|X_i - Y_j| + \mathrm{D}(\mathrm{i}-1, 1)$

IF i > 1 and j >1 then 累積距離值 = $|X_i - Y_j| + \min\{\mathrm{D}(\mathrm{i}-1, \mathrm{j}), \mathrm{D}(\mathrm{i}-1, \mathrm{j}-1), \mathrm{D}(\mathrm{i}, \mathrm{j}-1)\}$

如下表所示。

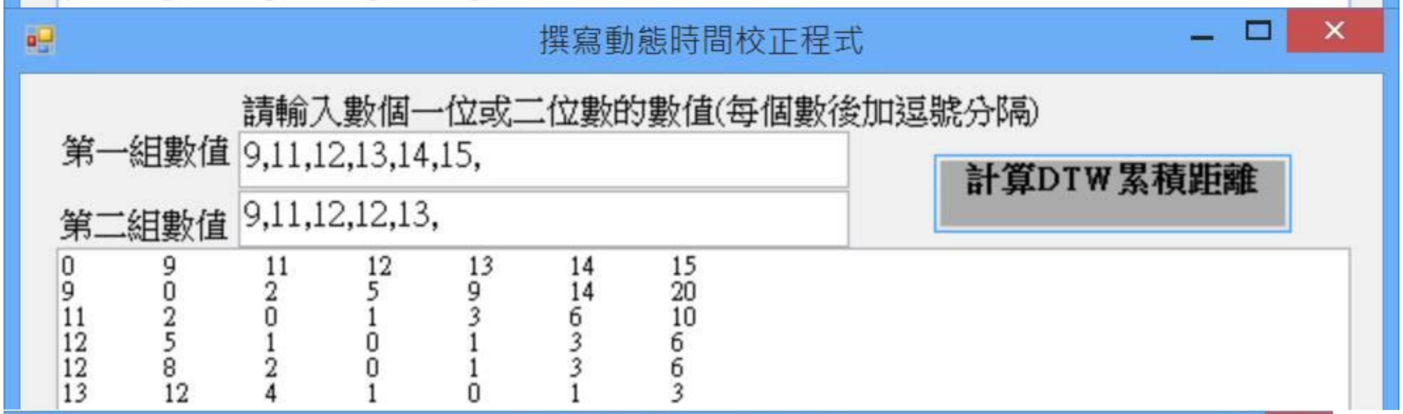
D(1,3)=|23-26|+4

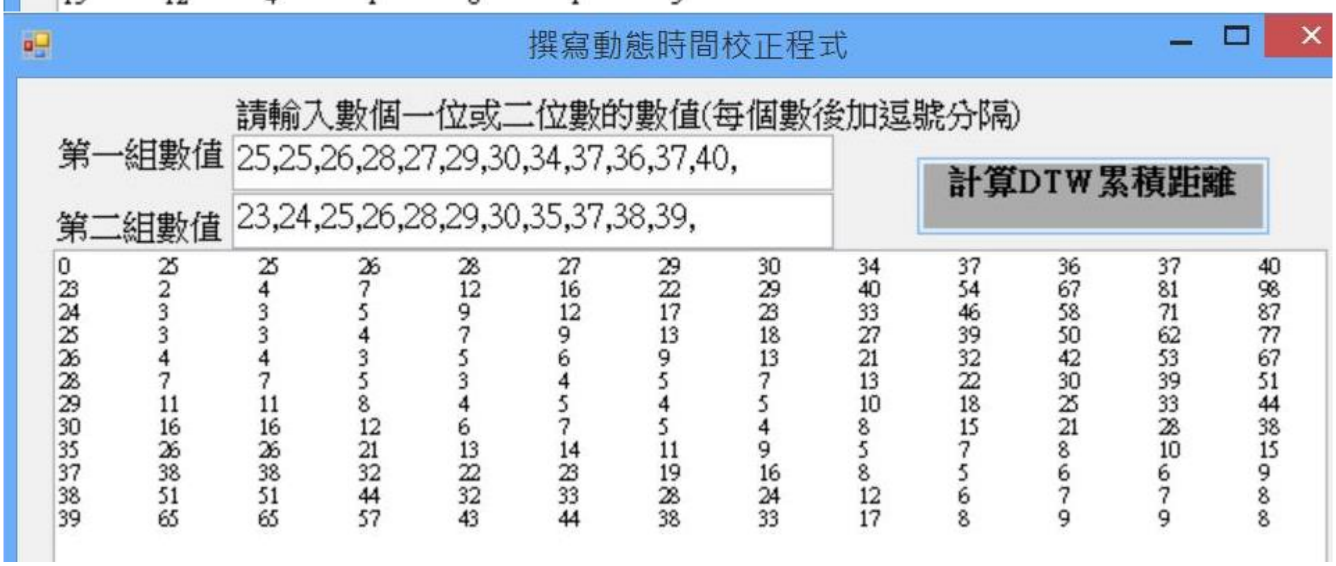
D(2,6)=|24-29|+min(12,16,22)=17

D(6,1)=|29-25|+7

i \ j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	X_i \ Y_j	25	25	26	28	27	29	30	34	37	36	37	40
1	23	2	4	7	12	16	22	29	40	54	67	81	98
2	24	3	3	5	9	12	17	23	33	46	58	71	87
3	25	3	3	4	7	9	13	18	27	39	50	62	77
4	26	4	4	3	5	6	9	13	21	32	42	53	67
5	28	7	7	5	3	4	5	7	13	22	30	39	51
6	29	11	11	8	4	5	4	5	10	18	25	33	44
7	30	16	16	12	6	7	5	4	8	15	21	28	38
8	35	26	26	21	13	14	11	9	5	7	8	10	15
9	37	38	38	32	22	23	19	16	8	5	6	6	9
10	38	51	51	44	32	33	28	24	12	6	7	7	8
11	39	65	65	57	43	44	38	33	17	8	9	9	8

請寫一支程式能輸入 2 組一位數或二位數的數值，每個數後加逗號分隔，進而計算出 DTW 的累積距離值，並顯示出來，如下列圖示。**評分：1** 程式介面（4 分）2 程式執行正確性（21 分）





試題 4：條件機率和貝氏定理於二元通訊系統之應用

說明 1：假設 E_1 和 E_2 事件發生的機率分別是 $P(E_1)$ 和 $P(E_2)$。在事件 E_2 發生的情況之下事件 E_1 發生的*條件機率* $P(E_1 | E_2)$ 定義為

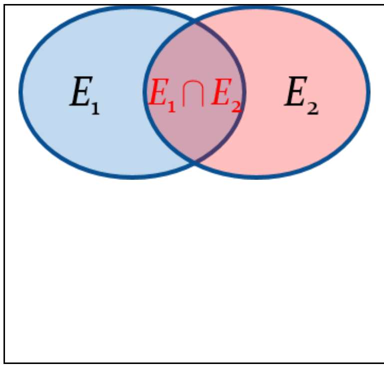
$$P(E_1 | E_2) = \begin{cases} \dfrac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}, P(E_2) \neq 0 \\ 0, \qquad \text{其他} \end{cases}$$ 。

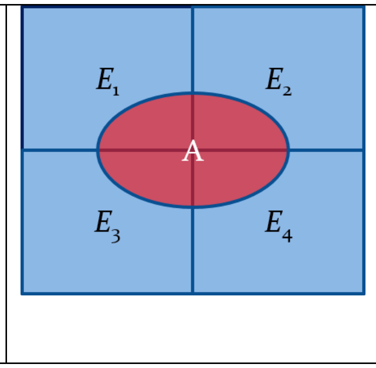
<舉例>：在圖 1 中 $P(E_2) = 0.4$，$P(E_1 \cap E_2) = 0.1$，則條件機率 $P(E_1 | E_2) = 0.1 / 0.4 = 0.25$。

說明 2：已知 n 個事件 E_1，E_2，‧‧‧‧‧ E_n 彼此之間沒有交集，而且 $\sum_{i=1}^{n} P(E_i) = 1$。如果已知條件機率 $\{P(A|E_i)\}_{i=1}^{n}$，那麼事件 A 發生的機率可以表示為 $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A|E_i)$。接著使用貝氏定理便可以反推得到"在事件 A 發生的前提之下 E_i 發生的條件機率 $P(E_i | A)$"：

$$P(E_i \mid A)=\frac{P(E_i \cap A)}{P(A)}=\frac{P(E_i)P(A \mid E_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(E_j)P(A \mid E_j)}$$

<舉例>：在圖 2 中 $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + P(E_4) = 1$；其中 $P(E_1) = 0.1$，$P(E_2) = 0.2$，$P(E_3) = 0.3$，$P(E_4) = 0.4$；已知條件機率 $P(A|E_1) = 0.5$，$P(A|E_2) = 0.6$，$P(A|E_3) = 0.7$，$P(A|E_4) = 0.8$，則 $P(A)$ =0.1*0.5 + 0.2*0.6 + 0.3*0.7 + 0.4*0.8 + = 0.7。由貝氏定理可以得到條件機率 $P(E_1 \mid A)$ = (0.1*0.5) / 0.7；$P(E_2 \mid A)$ = (0.2*0.6) / 0.7；$P(E_3 \mid A)$ = (0.3*0.7) / 0.7；$P(E_4 \mid A)$ = (0.4*0.8) / 0.7。





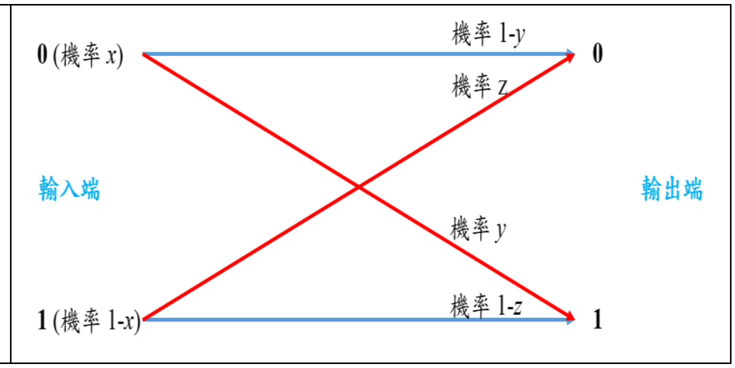


圖 1　　圖 2　　圖 3

程式題目：現在有一個二位元通訊系統，輸入端傳送的位元為 0 或者 1，機率分別是 x ($0 \le x \le 1$)和 $1 - x$。由於通道中有雜訊的關係，在接收端的資料有可能會發生錯誤(傳送 0 收到 1 或者傳送 1 收到 0)。假設傳送 0 其接收後的錯誤機率(即收到 1)為 y ($0 \le y \le 1$)；傳送 1 其接收後的錯誤機率(即收到 0)為 z ($0 \le z \le 1$)。此二位元通訊系統之模型如圖 3 所示。

請你設計一個程式，可用條件機率和貝氏定理來計算以下二位元通訊系統之解。

(1) 通道輸出為 1 的機率為何?

(2) 假設我們已經觀察到通道輸出為 1，這時候通道的輸入為 1 的機率為何?

評分：

1. 人機界面(如圖 4 所示)(5 分)。
2. 當輸入 x、y、z 之數值均介於[0, 1]之間時可以正確的解出以上兩個問題之解(如圖 5 和圖 6 所示)。(15 分)
3. 當 x、y、z 任一個之數值未能介於[0, 1]之間時，可以在答案區顯示”無解”(如圖 7 和圖 8 所示)。(5 分)。

參考範例：

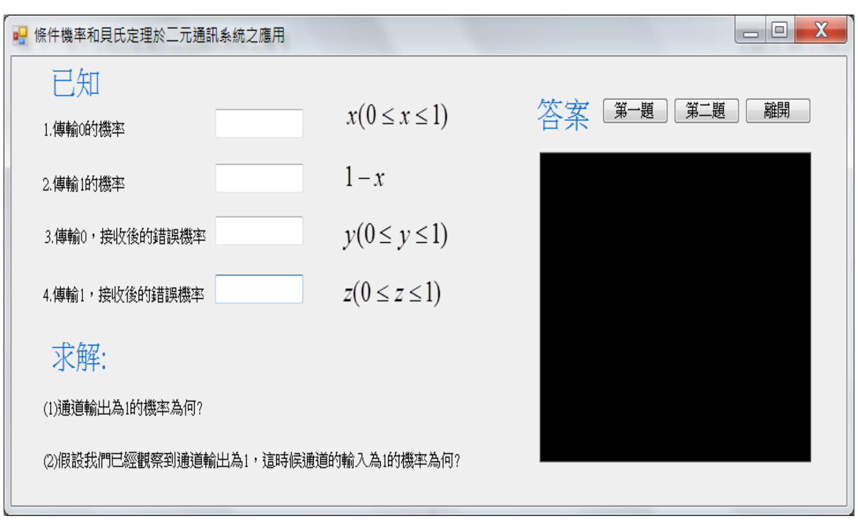


圖 4

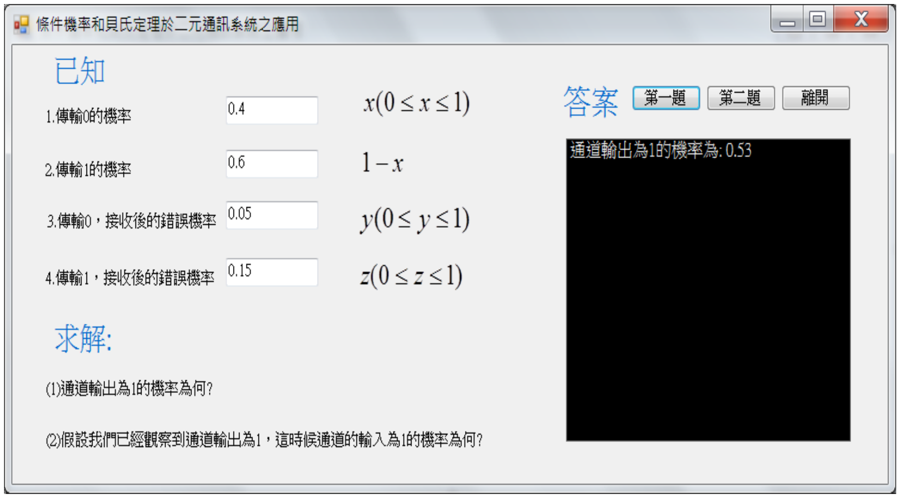


圖 5 (ans: 通道的輸出為 1 的機率 0.53)

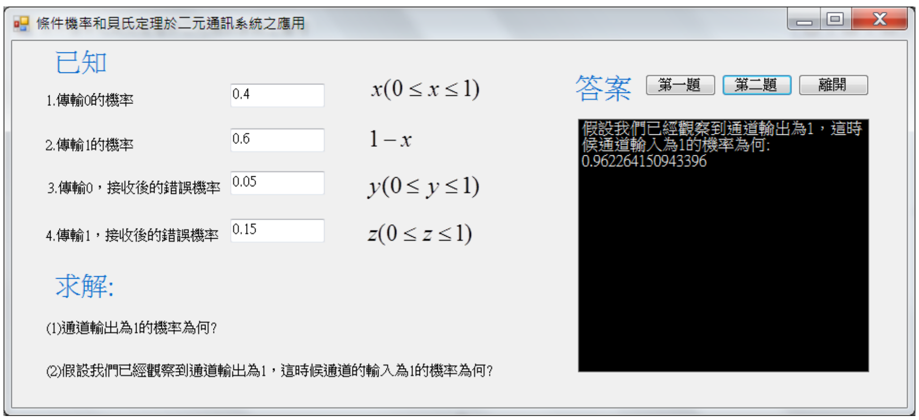


圖 6 (ans: 通道的輸入為 1 的機率 0.962264)

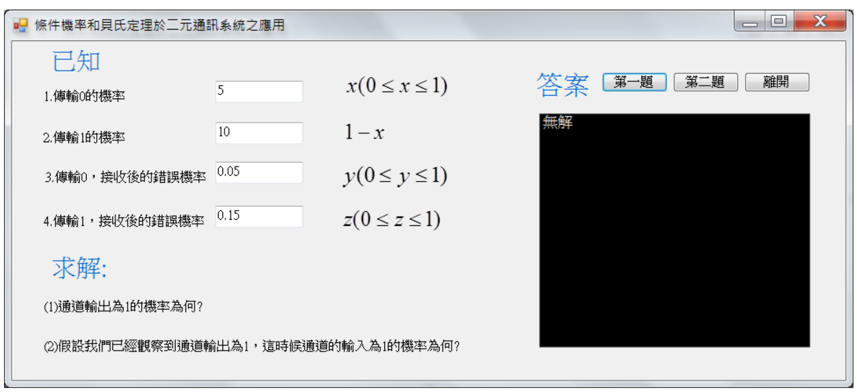


圖 7 (Ans:無解)

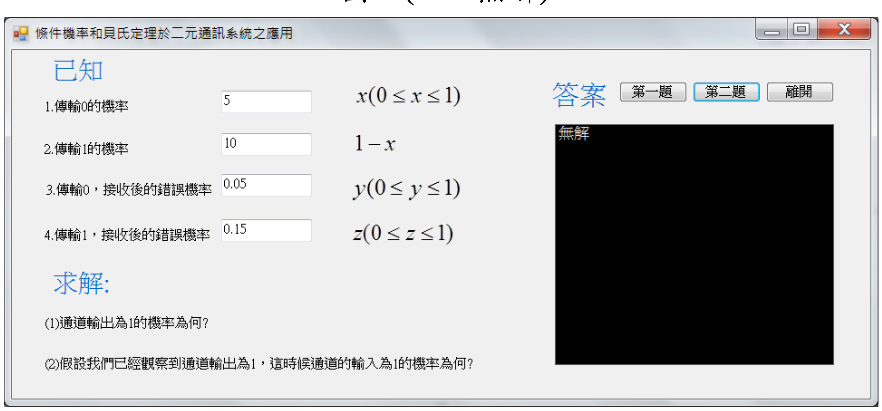


圖 8(Ans:無解)